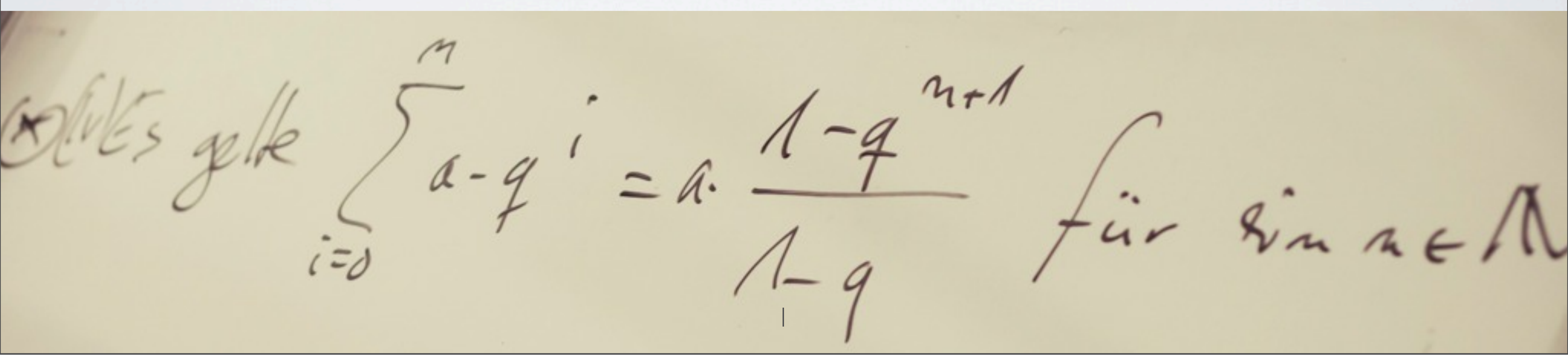
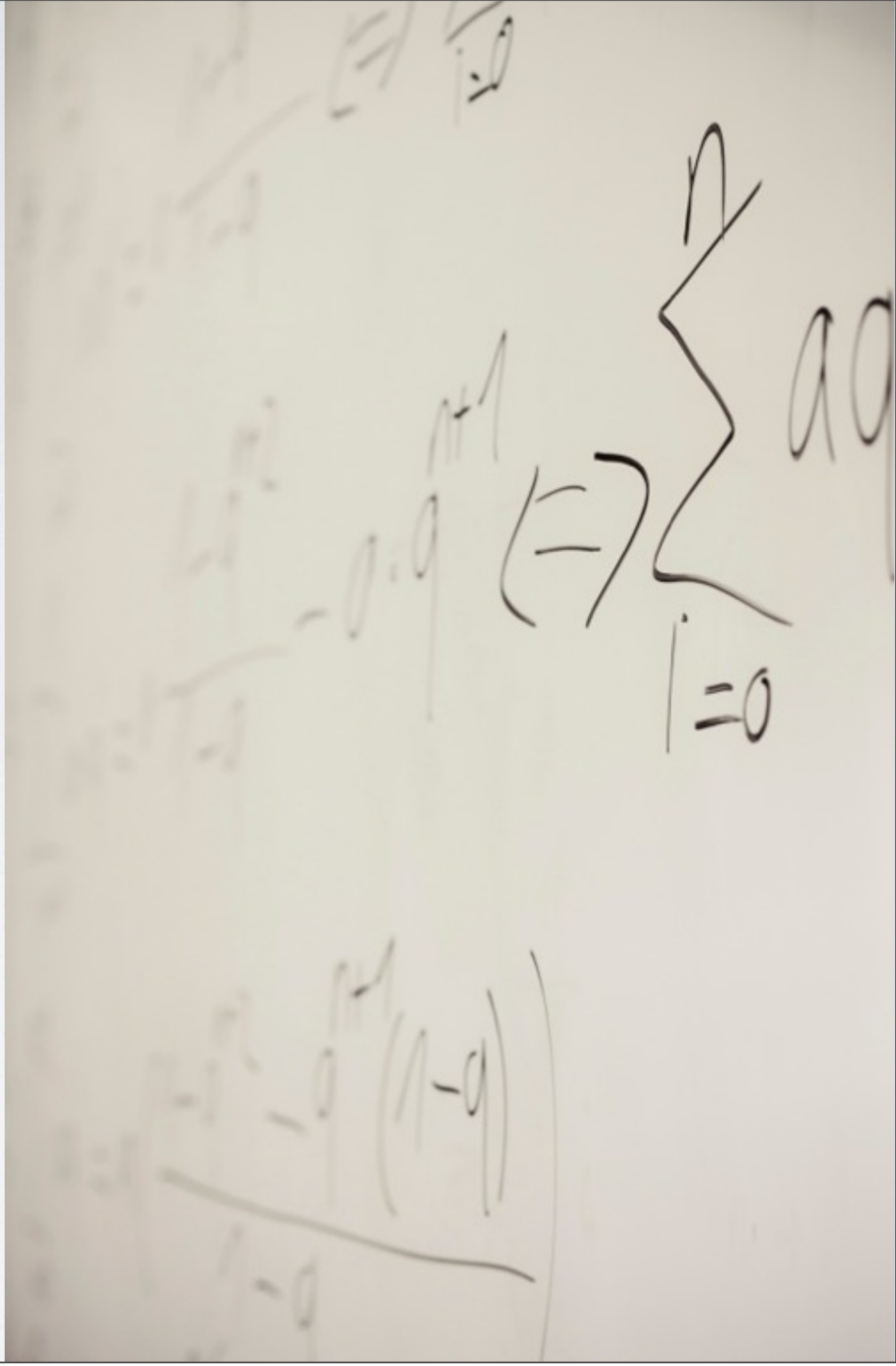
VOLLSTÄNDIGE INDUKTION

Ein Beweisverfahren in der Mathematik



INHALT

- *Vollständige Induktion*
  - *Allgemein*
  - *Vorgehen*
- *Beweis der Summenformel*
- *Unvollständige Induktion*



VOLLSTÄNDIGE INDUKTION ALLGEMEIN

- Beweisverfahren in der Mathematik
- Anwendbar nur auf induktiv geordnete Mengen

VOLLSTÄNDIGE INDUKTION VORGEHEN

- Aufstellen einer Behauptung A(n) $n \geq n_0$
- Induktionsanfang (IA) : Beweis von $A(n_0)$
- Induktionsvoraussetzung (IV) :
  Annahme, dass A(n) für ein $n \geq n_0$ gilt
- Induktionsschritt (IS) : Beweis der Gültigkeit von A(n+1) unter Annahme von IV

BEWEIS

Summenformel

$$Behauptung: \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n\cdot(n+1)}{2}; \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

$$(IA;\ n=1): \quad \sum_{i=1}^{1} i = \frac{1\cdot(1+1)}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad 1=1 \quad (\Rightarrow Annahme\ wahr\ für\ n=1)$$

$$(IV): \quad \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n\cdot(n+1)}{2} \quad gelte\ \ für\ beliebiges\ n$$

$$(IS): \quad \sum_{i=1}^{n+1} i = \frac{(n+1)\cdot((n+1)+1)}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} i \quad +(n+1) = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} i = \frac{(n+1)\cdot(n+2)-2\cdot(n+1)}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} i = \frac{(n+1)\cdot[(n+2)-2]}{2}$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n} i = \frac{n\cdot(n+1)}{2} \quad q.e.d.$$

5

UNVOLLSTÄNDIGE INDUKTION

Behauptung A(n): In einer Gruppe von n Tieren, in der ein Elefant ist, sind alle Tiere Elefanten.

IA: A(1) wahr

IV: A(n) gelte für ein n.

IS: z.z.: A(n+1) gilt

Beweis: n+1 Tiere so anordnen, dass Elefant unter Tieren 1 bis n und 2 bis n+1 ist.

=> Tiere 1 bis n und 2 bis n+1 sind Elefanten (IV)

=> A(n+1) gilt

q.e.d.

Fehler: Induktionsschritt gilt nicht von eins auf zwei.

VIELEN DANK FÜR IHRE AUFMERKSAMKEIT

TEILNEHMER

Stefan Ensmann	Julia Valder	Christoph Katzmann
Anno Kurth	Christian Drexler	Markus Schleker
Benny Joseph	Timo Bergs	Sven Oeltjendiers
Stefan Helme		Tobias Wiernicki-Krips